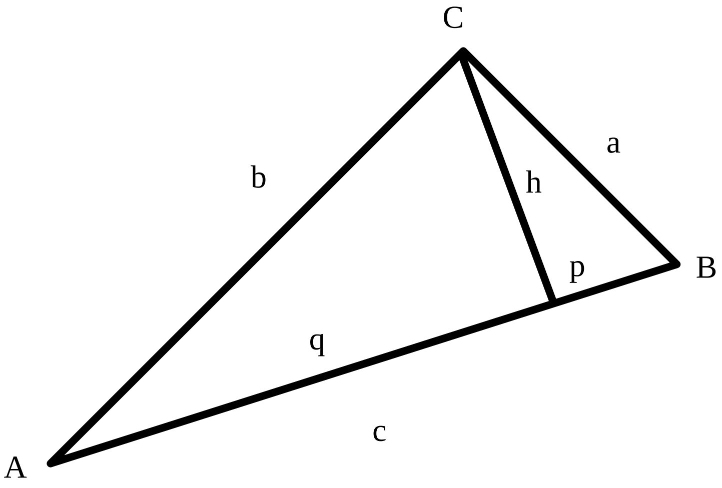
Lösungswege für die Aufgaben zum Satz des Pythagoras, Höhensatz und Kathetensatz

Seite 97, Nr. 10

Für alle Aufgaben gilt das folgende rechtwinklige Dreieck:



Die Aufgaben 10 a) bis 10 i) sollten problemlos geklappt haben. Daher gibt es hier den Lösungsweg für 10 j) und 10 k). 10 l) geht dann auf dem selben Weg wie 10 k). Ich gebe nur die erste Rechnung an. Mit dem Ergebnis der ersten Rechnung sind die weiteren Rechnungen kein Problem mehr.

10 j) $c=13\,\text{cm}$
$h=6\,\text{cm}$

Wir beginnen mit dem Höhensatz und der Tatsache, dass c die Summe der Hypotenusenabschnitte ist.

I $h^2=p\cdot q$
II $c=p+q$

Gleichung II stellen wir entweder nach p oder nach q um. Ich nehme hier mal p:

II $p=c-q$

Gleichung II setzen wir jetzt in I ein:

$h^2=(c-q)\cdot q$

Klammer auflösen:

$h^2=cq-q^2$

h und c einsetzen ergibt:

$6^2=13q-q^2$

Alles auf die linke Seite bringen und 6² ausrechnen ergibt dann:

$q^2-13q+36=0$

Wer genau hin sieht, erkennt eine Parabel, von der die Nullstellen berechnet werden müssen (ersetze einfach q durch x).

Wir führen die quadratische Ergänzung durch (die Zahl vor dem q halbieren und quadrieren, anschließend addieren und subtrahieren):

$q^2-13q+42{,}25-42{,}25+36=0$

Binomische Formel und zusammenfassen ergibt:

$(q-6{,}5)^2-6{,}25=0$

6,25 auf die andere Seite bringen und die Wurzel ziehen:

$q-6{,}5=2{,}5 \;\lor\; q-6{,}5=-2{,}5$

Damit ergeben sich für q zwei verschiedene Lösungen.

$q=9\,\text{cm} \;\lor\; q=4\,\text{cm}$

Nun musst du die fehlenden Seitenlängen einmal für q=9cm berechnen und einmal für q=4cm.

10 k) $a=5\,cm$
$q=4\,cm$

Der Ansatz ist ähnlich wie bei der vorhergehenden Aufgabe. Wir nehmen nur statt des Höhensatzes den Kathetensatz:

I $a^2=p\cdot c$

II $c=p+q$

Gleichung II in I einsetzen ergibt:

$a^2=p\cdot(p+q)$

Klammer auflösen, a und q einsetzen ergibt wieder eine Parabel, deren Nullstelle gesucht ist:

$p^2+4p-25=0$

Quadratische Ergänzung, umstellen und Wurzel ziehen ergibt:

$p=3{,}39\,cm \;\vee\; p=-7{,}39\,cm$

Da eine negative Länge für p sinnlos ist, entfällt die Lösung p=-7,39 cm natürlich.
Mit p=3,39cm kann man dann die fehlenden Seitenlängen berechnen.
Aufgabe 10 l) geht dann auf ähnlichem Weg.